

# Løsningsforslag: Opsjoner

## Til forelesning 12–13 · BMN kapittel 12

Christian Heyerdahl-Larsen

2026-08-09

## Regneoppgaver

### Oppgave 1 — grunnbegreper (12.1 i BMN)

a) En **kjøpsopsjon** (call) gir eieren rett, men ikke plikt, til å *kjøre* det underliggende aktivumet til en avtalt innløsningskurs  $I$ . En **salgsopsjon** (put) gir eieren rett, men ikke plikt, til å *selge* det underliggende til innløsningskursen. Utstederen av opsjonen har den motsvarende plikten dersom eieren velger å innløse.

b) En **europaisk** opsjon kan bare innløses på forfallsdagen  $T$ . En **amerikansk** opsjon kan innløses når som helst frem til og med forfall.

c) Kjøp én aksje, kjøp én salgsopsjon og selg (utsted) én kjøpsopsjon med samme innløsningskurs  $I$  og samme forfall. Kontantstrømmen ved forfall:

| Posisjon          | $A_T < I$ | $A_T \geq I$ |
|-------------------|-----------|--------------|
| Aksje             | $A_T$     | $A_T$        |
| Kjøpt salgsopsjon | $I - A_T$ | 0            |
| Solgt kjøpsopsjon | 0         | $-(A_T - I)$ |
| <b>Sum</b>        | $I$       | $I$          |

I kontantstrømsdiagrammet blir summen en horisontal linje i høyden  $I$  — posisjonen gir  $I$  med sikkerhet, akkurat som en risikofri obligasjon med pålydende  $I$ . Dette er innholdet i salg-kjøp-pariteten (uttrykk 12.5): aksje + salgsopsjon – kjøpsopsjon = risikofri plassering av  $I/(1 + r_f)$ .

### Oppgave 2 — kontantstrøm med salgsopsjon (12.2 i BMN)

Ved kjøpet 16.11.2015 betaler investoren for aksjene og opsjonspremien:

| Tidspunkt                                                      | Kontantstrøm |
|----------------------------------------------------------------|--------------|
| 16.11.2015: kjøp 100 aksjer à kr 109                           | –10 900      |
| 16.11.2015: opsjonspremie $100 \cdot 4,50$                     | –450         |
| <b>Sum 16.11.2015</b>                                          | –11 350      |
| 17.12.2015: innløser salgsopsjonen, selger 100 aksjer à kr 110 | +11 000      |

Ved forfall er  $A_T = 108,80 < I = 110$ , så salgsopsjonen er «in the money»:  $S_T = \max[0, (I - A_T)] = 1,20$  pr. aksje. Hun innløser og selger aksjene til kr 110 i stedet for markedskursen kr 108,80.

**Fasit: –11 350 den 16.11.2015 og +11 000 den 17.12.2015, netto –350.** Salgsopsjonen virket som forsikring: den betalte  $100 \cdot 1,20 = 120$ , men kostet 450 — forsikringen var dyrere enn kursfallet den dekket.

### Oppgave 3 — verdi ved forfall (12.3 i BMN)

Ved forfall er  $A_T = 140,50$ :

$$K_T = \max[0, (A_T - I)] = \max[0, (140,50 - 120)] = 20,50$$

$$S_T = \max[0, (I - A_T)] = \max[0, (115 - 140,50)] = 0$$

**Fasit: kjøpsopsjonen er verd kr 20,50, salgsopsjonen er verd kr 0.** Samlet betalte du  $9,50 + 2,45 = 11,95$  og fikk 20,50 — en gevinst på kr 8,55.

### Oppgave 4 — risikofri kombinasjon (12.4 i BMN)

Kombinasjonen fra oppgave 1c gir en sikker kontantstrøm lik innløsningskursen: kjøp én aksje, kjøp én salgsopsjon og selg én kjøpsopsjon ( $I = 125$ ). Pr. enhet ved forfall 20. oktober:

| Posisjon          | $A_T = 110$ | $A_T = 152,50$ |
|-------------------|-------------|----------------|
| Aksje             | 110         | 152,50         |
| Kjøpt salgsopsjon | 15          | 0              |
| Solgt kjøpsopsjon | 0           | -27,50         |
| <b>Sum</b>        | <b>125</b>  | <b>125</b>     |

For å få kr 125 000 trenger du 1 000 enheter: **kjøp 1 000 aksjer, kjøp 1 000 salgsopsjoner og selg 1 000 kjøpsopsjoner.** Investeringen i dag:

$$1\,000 \cdot (118,70 + 7,40 - 4,40) = 121\,700$$

**Fasit: kr 121 700 investert i dag gir sikre kr 125 000 den 20. oktober** — en risikofri avkastning på  $125\,000/121\,700 - 1 = 2,71\%$  over perioden.

### Oppgave 5 — salg-kjøp-paritet (12.5 i BMN)

Salg-kjøp-pariteten (uttrykk 12.5) knytter sammen prisene:  $K_0 - S_0 = A_0 - I/(1 + r_f)$ . Med kontinuerlig rente diskonteres innløsningskursen med  $e^{-r_f T}$ , der  $T = 1,5/12 = 0,125$  år:

$$S_0 = K_0 - A_0 + I \cdot e^{-0,015 \cdot 0,125} = 9,50 - 123,90 + 120 \cdot 0,99813 = 5,38$$

**Fasit: salgsopsjonen burde omsettes for kr 5,38.**

### Oppgave 6 — binomisk prising (12.6 i BMN)

Oppfaktor og nedfaktor:  $\phi = 1,50$  og  $n = 0,75$ , slik at  $A_\phi = 150$  og  $A_n = 75$ . Kjøpsopsjonens verdi ved forfall ( $I = 105$ ):  $K_\phi = \max[0, (150 - 105)] = 45$  og  $K_n = \max[0, (75 - 105)] = 0$ .

a) **Sikringsforholdet** — antall kjøpsopsjoner som må selges pr. aksje for å få en sikker portefølje:

$$\frac{A_\phi - A_n}{K_\phi - K_n} = \frac{150 - 75}{45 - 0} = \frac{75}{45} = \frac{5}{3} \approx 1,67$$

**Fasit: sikringsforholdet er 5/3 1,67** — selg 5 kjøpsopsjoner for hver 3 aksjer du eier.

b) Sikringssannsynligheten:

$$q = \frac{1 + r_f - n}{\phi - n} = \frac{1,01 - 0,75}{1,50 - 0,75} = \frac{0,26}{0,75} = 0,3467$$

$$K_0 = \frac{q \cdot K_\phi + (1 - q) \cdot K_n}{1 + r_f} = \frac{0,3467 \cdot 45}{1,01} = \frac{15,60}{1,01} = 15,45$$

**Fasit: kjøpsopsjonen er verd kr 15,45.** (Kontroll: porteføljen «3 aksjer – 5 kjøpsopsjoner» er verd 225 ved forfall uansett utfall; nåverdien er  $225/1,01 = 222,77$ , så  $300 - 5K_0 = 222,77$  gir  $K_0 = 15,45$ .)

### Oppgave 7 — binomisk prising og prisgrenser (12.7 i BMN)

Begge fremtidige aksjekurser (200 og 115) ligger *over* innløsningskursen 110 — opsjonen innløses med sikkerhet, og laveste mulige verdi ved forfall er  $115 - 110 = 5$ .

a) Opsjonen gir minst 5 med sikkerhet, og må derfor minst være verd nåverdien av 5:  $5/1,05 = 4,76$ . **Utsagnet er riktig** — men det er bare en nedre grense, ikke likevektsprisen.

b) Med  $\phi = 200/112 = 1,7857$  og  $n = 115/112 = 1,0268$ :

$$q = \frac{1,05 - 1,0268}{1,7857 - 1,0268} = 0,0306$$

$$K_0 = \frac{0,0306 \cdot 90 + 0,9694 \cdot 5}{1,05} = \frac{7,60}{1,05} = 7,24$$

**Fasit: kr 7,24.** Prisen ligger over den nedre grensen fra a. Fordi opsjonen innløses uansett, er den i realiteten et kjøp av aksjen med utsatt betaling  $I$ :  $K_0 = A_0 - I/(1 + r_f) = 112 - 104,76 = 7,24$ .

c)

$$\frac{A_\phi - A_n}{K_\phi - K_n} = \frac{200 - 115}{90 - 5} = \frac{85}{85} = 1$$

**Fasit: sikringsforholdet er 1** — selg én kjøpsopsjon pr. aksje. Når opsjonen alltid innløses, beveger opsjonsverdien seg krone for krone med aksjekursen.

### Oppgave 8 — Beslag ASA (eksamensoppgave høst 2015)

Risikofri rente for firemånedersperioden:  $0,06 \cdot 4/12 = 2\%$ . Oppfaktor og nedfaktor:  $\phi = 100/80 = 1,25$  og  $n = 80/80 = 1$ .

a) En økning i innløsningskursen reduserer kjøpsopsjonens verdi (retten til å kjøpe blir dyrere å bruke) og øker salgsopsjonens verdi (retten til å selge gir mer).

b)  $K_\phi = \max[0, (100 - 90)] = 10$  og  $K_n = 0$ .

$$q = \frac{1 + r_f - n}{\phi - n} = \frac{1,02 - 1}{1,25 - 1} = 0,08 \quad K_0 = \frac{0,08 \cdot 10}{1,02} = 0,78$$

**Fasit: kr 0,78.**

c)  $S_\phi = 0$  og  $S_n = \max[0, (90 - 80)] = 10$ .

$$S_0 = \frac{(1 - q) \cdot S_n}{1 + r_f} = \frac{0,92 \cdot 10}{1,02} = 9,02$$

**Fasit: kr 9,02.** (Kontroll med salg-kjøp-pariteten:  $K_0 - S_0 = 0,78 - 9,02 = -8,24 = 80 - 90/1,02 = A_0 - I/(1 + r_f)$ .)

d) Markedsprisen 0,52 er lavere enn likevektsprisen 0,78 — kjøpsopsjonen er underpriset. Kjøp den billige opsjonen og selg den replikerende porteføljen: sikringsforholdet viser at opsjonen svarer til  $(K_0 - K_n)/(A_0 - A_n) = 10/20 = 0,5$  aksje. Kjøp én kjøpsopsjon ( $-0,52$ ), selg 0,5 aksje short ( $+40$ ) og plasser 39,48 risikofritt:

|                      | I dag    | $A_T = 80$ | $A_T = 100$ |
|----------------------|----------|------------|-------------|
| Kjøpt kjøpsopsjon    | $-0,52$  | 0          | +10         |
| Solgt 0,5 aksje      | +40      | $-40$      | $-50$       |
| Risikofri plassering | $-39,48$ | +40,27     | +40,27      |
| <b>Sum</b>           | 0        | +0,27      | +0,27       |

**Fasit: en sikker gevinst på kr 0,27 ved forfall pr. opsjon** (nåverdi  $0,27/1,02 = 0,26 = 0,78 - 0,52$ , altså nettopp feilprisingen).

### Oppgave 9 — Miko ASA (eksamensoppgave vår 2016, forkortet)

a) En amerikansk kjøpsopsjon er en kontrakt som gir eieren rett, uten plikt, til å kjøpe en eiendel til avtalt pris når som helst i løpet av en spesifisert periode. Kjøpet skjer kun hvis opsjonseieren ønsker det.

b) Sjekk salg-kjøp-pariteten:

$$K_0 - S_0 = 5,50 - 4,30 = 1,20 \quad A_0 - \frac{I}{1 + r_f} = 77 - \frac{80}{1,008} = 77 - 79,37 = -2,37$$

Venstre side er størst — kjøpsopsjonen er for dyr relativt til de andre papirene. **Ja, det finnes en arbitrasjemulighet:** selg det dyre og kjøp det billige — selg en kjøpsopsjon, kjøp en salgsopsjon, kjøp en aksje og lån nåverdien av innløsningskursen:

|                   | I dag   | Ved forfall            |
|-------------------|---------|------------------------|
| Solgt kjøpsopsjon | +5,50   | $-\max[0, (A_T - 80)]$ |
| Kjøpt salgsopsjon | $-4,30$ | $+\max[0, (80 - A_T)]$ |
| Kjøpt aksje       | $-77$   | $+A_T$                 |
| Lån 80/1,008      | +79,37  | $-80$                  |
| <b>Sum</b>        | +3,57   | 0                      |

Uansett aksjekurs er posisjonen ved forfall verd nøyaktig 80 og lånet tilbakebetales med 80. **Fasit: risikofri gevinst på kr 3,57 pr. aksje i dag.**

### Oppgave 10 — sikring med opsjoner (eksamensoppgave høst 2016)

a) Du bør **kjøpe en salgsopsjon** med innløsningskurs kr 78. Den gir deg rett til å selge aksjene til 78 uansett hvor langt kursen faller.

b) Ved  $A_T = 70$ :

$$\text{Opsjoner: } 100 \cdot \max[0, (78 - 70)] = 800 \quad \text{Aksjer: } 100 \cdot 70 = 7\,000$$

**Fasit: posisjonen er verd kr 7 800** — du taper ikke noe (bortsett fra opsjonspremien) selv om aksjekursen faller.

### Oppgave 11 — Apollo ASA (eksamensoppgave vår 2017, forkortet)

a) Kjøp en aksje, selg en kjøpsopsjon og kjøp en salgsopsjon (samme  $I$  og forfall). Som i oppgave 1c gir kombinasjonen  $I$  med sikkerhet ved forfall — en risikofri investering.

b) Tremånedersrenten er  $4\%/4 = 1\%$ . Med  $\phi = 90/80 = 1,125$  og  $n = 75/80 = 0,9375$  er  $K_\phi = \max[0, (90 - 80)] = 10$  og  $K_n = 0$ :

$$q = \frac{1,01 - 0,9375}{1,125 - 0,9375} = \frac{0,0725}{0,1875} = 0,3867 \quad K_0 = \frac{0,3867 \cdot 10}{1,01} = 3,83$$

**Fasit: kr 3,83.**

c) Salg-kjøp-pariteten gir

$$S_0 = K_0 - A_0 + \frac{I}{1 + r_f} = 3,83 - 80 + \frac{80}{1,01} = 3,04$$

**Fasit: kr 3,04.** (Kontroll direkte med binomialmodellen:  $S_0 = (1 - q) \cdot 5/1,01 = 0,6133 \cdot 5/1,01 = 3,04$ .)

### Oppgave 12 — Storfin (eksamensoppgave høst 2017)

$\phi = 1,15$  og  $n = 0,95$ , så  $A_\phi = 287,50$  og  $A_n = 237,50$ . Sikringssannsynligheten:

$$q = \frac{1 + r_f - n}{\phi - n} = \frac{1,03 - 0,95}{1,15 - 0,95} = 0,40$$

a)  $K_\phi = \max[0, (287,50 - 250)] = 37,50$  og  $K_n = 0$ :

$$K_0 = \frac{0,40 \cdot 37,50}{1,03} = \frac{15}{1,03} = 14,56$$

**Fasit: kr 14,56.**

b)  $S_\phi = 0$  og  $S_n = \max[0, (250 - 237,50)] = 12,50$ :

$$S_0 = \frac{0,60 \cdot 12,50}{1,03} = \frac{7,50}{1,03} = 7,28$$

**Fasit: kr 7,28.** (Kontroll med salg-kjøp-pariteten:  $K_0 - S_0 = 7,28 = 250 - 250/1,03$ .)

c) Verdien av aksjer og kjøpsopsjoner ved forfall:

|                                                           | Oppgang | Nedgang |
|-----------------------------------------------------------|---------|---------|
| Aksjer: $3\,000 \cdot 287,50 /$<br>$3\,000 \cdot 237,50$  | 862 500 | 712 500 |
| Kjøpsopsjoner: $3\,000 \cdot 37,50 /$<br>$3\,000 \cdot 0$ | 112 500 | 0       |
| <b>Sum</b>                                                | 975 000 | 712 500 |

Differansen på 262 500 må dekkes inn av salgsopsjoner, som er verd 12,50 hver ved nedgang:  $262\,500/12,50 = 21\,000$ . **Fasit: kjøp 21 000 salgsopsjoner** — da er posisjonen verd 975 000 i begge utfall.

d) Investering i dag:

| Posisjon      | Beregning            | Verdi i dag |
|---------------|----------------------|-------------|
| Aksjer        | $3\,000 \cdot 250$   | 750 000     |
| Kjøpsopsjoner | $3\,000 \cdot 14,56$ | 43 689      |
| Salgsopsjoner | $21\,000 \cdot 7,28$ | 152 913     |
| <b>Sum</b>    |                      | 946 602     |

$$\frac{975\,000}{946\,602} - 1 = 0,03$$

**Fasit: avkastningen er 3,00 % — nøyaktig risikofri rente.** Rimelig: posisjonen er risikofri, og i et marked uten arbitrasje må en risikofri posisjon gi risikofri avkastning.

e) Salg-kjøp-pariteten knytter sammen verdien av **europiske** salgs- og kjøpsopsjoner på **samme aksje**, gitt at opsjonene har **samme innløsningskurs** og **samme gjenværende tid til forfall**. I tillegg må aksjen ikke betale dividende i opsjonens løpetid, og markedet må være uten arbitrasjemuligheter.

## Flervalgsoppgaver — fasit

### Del 1 — grunnbegreper

| Oppgave | Riktig svar      | Begrunnelse                                                                                                                                                          |
|---------|------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1       | iii. kr 20,50    | $K_T = \max[0, (A_T - I)] = 140,50 - 120 = 20,50$ . Premien er sunk cost ved forfall.                                                                                |
| 2       | iii. 115,8 %     | $20,50/9,50 - 1 = 1,158$ . Merk forsterkningen: aksjen steg langt mindre i prosent.                                                                                  |
| 3       | i. kr 0          | $S_T = \max[0, (I - A_T)] = \max[0, (115 - 140,50)] = 0$ .                                                                                                           |
| 4       | i. -100 %        | $(0 - 2,45)/2,45 = -1$ . Hele premien er tapt.                                                                                                                       |
| 5       | ii               | Kjøp aksje, selg kjøpsopsjon, kjøp salgsopsjon — gir $I$ med sikkerhet (jf. regneoppgave 1c).                                                                        |
| 6       | ii               | En opsjon er en <i>rett</i> , ikke en plikt, til å kjøpe eller selge til fastsatt pris innen/på et bestemt tidspunkt.                                                |
| 7       | ii               | Amerikansk = kan innløses når som helst i perioden; alternativ i beskriver en europeisk opsjon.                                                                      |
| 8       | iii. ca. kr 3,57 | $K_0 - S_0 = 1,20 >$<br>$A_0 - I/(1 + r_f) = -2,37$ . Selg kjøpsopsjon, kjøp salgsopsjon, kjøp aksje, lån 80/1,008: +3,57 i dag, 0 ved forfall (jf. regneoppgave 9). |
| 9       | i. kr 0          | $K_T = \max[0, (120 - 130)] = 0$ .                                                                                                                                   |
| 10      | iii. kr 10       | $S_T = \max[0, (130 - 120)] = 10$ .                                                                                                                                  |

## Del 2 — binomisk prising

| Oppgave | Riktig svar   | Begrunnelse                                                                                                                        |
|---------|---------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 11      | iii. 1,67     | $(A_\phi - A_n)/(K_\phi - K_n) = 75/45 = 5/3$ (jf. regneoppgave 6a).                                                               |
| 12      | ii. kr 15,45  | $q = 0,3467$ ;<br>$K_0 = 0,3467 \cdot 45/1,01 = 15,45$ .<br>Alternativ iii (15,60) er verdien <i>uten</i> diskontering.            |
| 13      | i             | Sikringsforholdet er antall kjøpsopsjoner som må selges pr. aksje for at porteføljen skal bli sikker.                              |
| 14      | ii            | $K_\phi$ er kjøpsopsjonens verdi ved forfall når kursen har økt fra $t = 0$ til $t = T$ .                                          |
| 15      | iii           | Kjøp en salgsopsjon med innløsningskurs 78 — gulv under salgsprisen.                                                               |
| 16      | iii. kr 7 800 | Opsjoner<br>$100 \cdot \max[0, (78 - 70)] = 800$ pluss aksjer $100 \cdot 70 = 7\,000$ (jf. regneoppgave 10).                       |
| 17      | ii. kr 3,83   | $q = 0,3867$ ;<br>$K_0 = 0,3867 \cdot 10/1,01 = 3,83$ (jf. regneoppgave 11b). Alternativ iii (3,87) glemmer diskonteringen.        |
| 18      | ii. kr 3,04   | $S_0 = K_0 - A_0 + I/(1 + r_f) = 3,83 - 80 + 79,21 = 3,04$ (jf. regneoppgave 11c).                                                 |
| 19      | iv            | Høyere $I$ gjør retten til å <i>selge</i> mer verd og retten til å <i>kjøre</i> mindre verd.                                       |
| 20      | ii. kr 0,78   | $q = 0,02/0,25 = 0,08$ ;<br>$K_0 = 0,08 \cdot 10/1,02 = 0,78$ (jf. regneoppgave 8b). Alternativ iv (9,02) er salgsopsjonens verdi. |

### 💡 Binomisk prising i tre steg

1. Finn opsjonens verdi i hvert utfall:  $K_\phi$  og  $K_n$  (eller  $S_\phi$  og  $S_n$ ).
2. Beregn sikringssannsynligheten  $q = \frac{1 + r_f - n}{\phi - n}$  med renten for *perioden*.
3. Diskontér den forventede verdien:  $K_0 = \frac{q \cdot K_\phi + (1 - q) \cdot K_n}{1 + r_f}$ .

Kontrollér gjerne svaret med salg-kjøp-pariteten  $K_0 - S_0 = A_0 - I/(1 + r_f)$  (uttrykk 12.5).